

Trasferimento Tecnologico, Spillover e Crescita Ottimale in Condizioni di Incertezza.

Emanuela Giusi Gaeta*

Maggio 2008 – Preliminare

Abstract

L'articolo presenta alcune applicazioni di controllo ottimo stocastico al modello neoclassico di crescita in presenza di investimento estero ad alta intensità di capitale umano. Quest'ultimo affluisce a due paesi riceventi a differente livello di sviluppo (alto e basso) in base al programma massimizzante di un investitore estero. In assenza di tale investimento le economie riceventi si comportano come nel tradizionale modello di crescita neoclassico, sperimentando quindi un tasso di crescita pro-capite nullo in steady-state. Lo stock di capitale estero viene utilizzato come input addizionale nella funzione di produzione dei paesi riceventi.

L'analisi è a due stadi; nel primo si investiga sulla scelta ottimale di un investitore estero che deve ripartire il suo investimento *human capital intensive*, tra i due paesi, in condizioni di incertezza. L'incertezza è indotta dal basso livello di capitale umano che caratterizza il paese in via di sviluppo e che lo rende equiparabile ad un asset rischioso. Stabilita la scelta di investimento, si analizzano gli effetti di quest'ultimo sul processo di accumulazione interna dei paesi riceventi nella duplice ottica di presenza e assenza di esternalità positiva (*learning by doing*) del capitale estero su quello domestico legata al contenuto tecnologico insito nel primo. Questa duplice ipotesi di lavoro permette di confrontare i risultati, in termini di crescita domestica, indotti dal trasferimento tecnologico operato dall'investimento estero. Il paper dimostra che in ambedue i casi si ottiene una crescita endogena ma, in assenza di esternalità, quest'ultima risulta artificialmente sostenuta dal flusso di investimento estero, dato che la produttività del capitale domestico tende

* Università di Roma "La Sapienza". gaeta@juris.uniroma2.it

asintoticamente a zero. La possibilità invece di sfruttare adeguatamente il contenuto tecnologico insito nel capitale estero, grazie all'effetto di *learning*, induce una complementarità tra le due tipologie di capitale che sostiene la produttività del capitale domestico. La conclusione quindi è che il livello di capitale umano di una economia non è di per sé condizione necessaria e sufficiente per innescare un reale processo di sviluppo endogeno se non vengono implementate azioni di policy tese alla valorizzazione di detto capitale, come la spesa in ricerca e sviluppo, la qualità scolastica, la qualificazione professionale ed in generale le infrastrutture socio-economiche legate a tali variabili.

Premessa

Il modello di crescita neoclassico, qui e in seguito identificato con il modello di Ramsey, ha avuto ed ha tuttora un peso determinante nel dibattito sulle determinanti di lungo periodo della crescita economica, grazie anche al rinnovato interesse verso questo tipo di modellistica che il filone della crescita endogena ha portato. Quest'ultima infatti è partita dall'impianto tipico del modello di Ramsey intervenendo principalmente sull'ipotesi dei rendimenti di scala della funzione di produzione ma conservando intatto lo spirito e la meccanica di questo modello (vedi Romer, 1986, e Lucas, 1988, quali pionieristici contributi). Da un punto di vista tecnico il modello di Ramsey rappresenta una tipica applicazione del principio del massimo di Pontryagin et al., sviluppato da quest'ultimi nell'ormai ben noto lavoro del 1962. Essendo l'originale articolo di Ramsey del 1928, cioè precedente di molti anni le odierne tecniche di controllo ottimo, esso utilizza la più "antica" tecnica del "calcolo delle variazioni" risalente agli studi di Bernoulli ed Eulero del XVIII° secolo; tuttavia l'equazione di Eulero che si ottiene dall'applicazione del massimo di Pontryagin risulta equivalente a quella ottenibile dal calcolo variazionale e quindi possiamo ancora identificare il modello di Ramsey con la versione ottimizzante oggi riportata sui libri di testo.

Vari sono stati gli studi dinamici sul modello di Ramsey così come esperimenti di simulazione e calibrazione mediante versioni numeriche. Un' estensione particolarmente interessante a nostro avviso è stata quella compiuta da Merton, nel 1975, con l'introduzione di una componente stocastica nell'equazione di stato del problema (cioè l'equazione di accumulazione dell'agente rappresentativo). Data la natura in tempo continuo del modello, la componente aleatoria è stata rappresentata mediante un processo di Wiener, o moto browniano, che possiamo grossolanamente ricondurre all'approssimazione nel continuo di una random walk. L'introduzione della componente aleatoria implica una ottimizzazione

stocastica, anziché deterministica, quale impianto formale; più precisamente viene utilizzato l'algoritmo della programmazione dinamica, la c.d. equazione di Hamilton-Jacobi-Bellman, HJB in seguito, anziché il classico metodo di Pontryagin. La programmazione dinamica stocastica in tempo continuo, a differenza di quella in tempo discreto, vedi Stokey, Lucas e Prescott, 1989, introduce però vari elementi di complessità analitica; questa metodologia infatti richiede la soluzione di una equazione differenziale non lineare alle derivate parziali del secondo ordine e, come è noto agli analisti matematici, i casi di soluzione esplicita di tale equazione sono molto rari. Talmente rari che i matematici hanno sviluppato recentemente delle tecniche di soluzione di dette equazioni che fanno riferimento alla tecnica delle "soluzione di viscosità", vedi Fleming e Soner, 1993, che si basano sulla sola dimostrazione di esistenza e di caratterizzazione in grande della soluzione. Il lavoro di Merton quindi ha rappresentato un punto di riferimento per la letteratura, in quanto fornisce una soluzione in termini espliciti del problema di controllo; tuttavia ne rappresenta anche i limiti stessi, dato che piccole modificazioni dell'impianto teorico portano ad equazioni HJB non più risolvibili con le linee guida di Merton.

La presenza di uno steady state deterministico, insito nel modello di Ramsey, consente però di aggirare l'ostacolo facendo riferimento ad approssimazioni locali del problema stocastico nell'intorno dello steady-state deterministico; questo consente di ricondurre un problema di controllo ottimo non lineare ad un più semplice problema lineare, appartenente alla famiglia dei regolatori lineari quadratici di cui si conoscono a fondo tutte le caratteristiche. In questo lavoro utilizzeremo in particolare l'articolo di Fleming del 1971, ripreso da Magill nel 1977 negli studi sull'accumulazione in una economia walrasiana con incertezza. Va detto, per correttezza, che metodologie meno rigorose di soluzione di questo tipo di problemi sono state proposte nella letteratura economica senza ricorrere agli studi locali. Un caso noto è in Pyndick 1982. Tuttavia, come dimostrato successivamente da Abel, 1983, la

metodologia presentata da Pindyck è criticabile e fornisce risultati diversi da quelli ottenuti da Abel risolvendo esplicitamente la HJB, come la tecnica impone.

La recente teoria sulla crescita endogena ha ulteriormente complicato la possibilità di soluzione in forma esplicita della HJB, dato che le varie ipotesi sui rendimenti connessi agli spillovers aumentano il grado di non linearità del tradizionale modello di Ramsey. Diviene quindi ancor più utile la possibilità di utilizzare tecniche di linearizzazione che riducano di molto il grado di complessità dell'analisi. Questo lavoro evidenzia le difficoltà insite in questo approccio e fornisce una linea guida di soluzione a questa classe di modelli. Dato che il lavoro non vuole essere un semplice esercizio, per quanto complesso, di controllo ottimo stocastico, utilizzeremo il modello di Ramsey per analizzare alcuni fatti stilizzati legati al divario tra paesi sviluppati e non, in presenza di investimento estero. Nel prosieguo quindi abbandoneremo lo stretto ambito tecnico per focalizzarci invece sul problema economico riconducendo quindi lo strumento alla sua essenziale funzione, cioè la sinteticità del linguaggio e la rigorosità analitica, lasciando comunque all'intuizione dell'economista il giudizio finale sulla reale validità dell'esercizio compiuto.

1- Introduzione e Motivazioni

Il dibattito sulle determinanti di lungo periodo della crescita economica ha occupato un ruolo preminente nel dibattito economico dell'ultimo decennio, con particolare riguardo al ruolo svolto dal capitale umano nel processo di accumulazione. Tuttavia il concetto stesso di capitale umano risulta sfuggente e comunque di difficile, se non impossibile, misurazione. Esso ha finito per essere un vasto contenitore che raccoglie definizioni diverse, dalla abilità degli individui nell'apprendere da azioni ripetitive, *learning by doing*, al grado di cultura medio di una collettività, alla scelta individuale circa l'investimento in istruzione. Tutte le varie definizioni sono però concordi nell'attribuire al capitale umano un ruolo di fondo, magari

non direttamente visibile, nel guidare il processo di sviluppo delle collettività. In questo lavoro proponiamo al lettore un esperimento intellettuale che si avvale di una definizione ampia, e per certi versi volutamente poco nitida, di capitale umano e cioè la facoltà di una economia di acquisire e sviluppare tecnologia; da questo punto di vista possiamo pensare al capitale umano come un capitale sociale che permette ad una collettività uno sviluppo più veloce grazie proprio al fatto di costituire un fertile terreno allo sviluppo tecnologico. Questa idea parte da un ben preciso fatto stilizzato e cioè dalla constatazione che l'investimento hi-tech, ma in genere non solo questo, da parte di imprese straniere si rivolge principalmente ai paesi industrializzati piuttosto che a quelli in via di sviluppo; in altri termini viene principalmente assorbito da paesi ad alto contenuto di capitale umano o sociale. Questo fa sì che i paesi in via di sviluppo, che normalmente non hanno i mezzi per sviluppare in proprio un progresso tecnologico, sono dipendenti da quella parte residua di trasferimento tecnologico che non affluisce ai paesi maggiormente industrializzati. Per avere un ordine di grandezza, il rapporto delle Nazioni Unite del 1991 sul "foreign investment", riporta che negli anni 1988-89 solo 30 miliardi di dollari, sui 196 totali, di investimento estero sono andati ai paesi in via di sviluppo.

Il quadro non si modifica se guardiamo a dati più recenti. In base alle statistiche dell'Unctad 2005. Lo stock di investimenti esteri diretti in ingresso tra il 1990 e il 2003, in percentuale del PIL, è cresciuto del 146% e quello in uscita del 167%. Ma se si fa riferimento all'UE 15 queste percentuali si incrementano notevolmente (201% e 241% rispettivamente). Gran parte di questi flussi riguardano ovviamente imprese multinazionali, soprattutto quando restringiamo l'attenzione agli investimenti ad alto contenuto tecnologico. Nel 2002, circa il 69% dell'attività in ricerca e sviluppo mondiale veniva svolta da imprese multinazionali. Se guardiamo alla localizzazione geografica, oltre l'80% di queste imprese è localizzata in cinque nazioni (in ordine di grandezza Stati Uniti,

Giappone, Germania, Regno Unito e Francia); solo l'1% è localizzato nelle economie in via di sviluppo

Le ragioni di questa marginalizzazione possono essere molteplici, non ultima la precarietà politica e sociale in cui questi paesi versano, ma una parte della storia può essere legato al basso livello di capitale umano esibito da queste economie, che rendono l'adozione, e soprattutto la replicazione, delle nuove tecnologie, in termini di produzione, una attività con rendimento non certo e predicibile. Questo tipo di spiegazione è condivisa da diversi autori, tra i quali Lucas, 1990 e Benhabib e Spiegel, 1994. Da questo punto di vista quindi il capitale umano esibito da una collettività non è solo importante per il processo di crescita; infatti *An additional role for human capital may be as an engine for attracting other factors, such as physical capital, which also contributes measurably to per capita income growth. Lucas (1990) suggested that physical capital fails to flow to poor countries because of their relatively poor endowments of complementary human capital*[†].

A ben vedere, questo modo di pensare al capitale umano comporta due ordini di problemi: il primo consiste nel definire quali criteri guidano l'investimento estero verso paesi a diverso grado di sviluppo (quindi di capitale umano), o per dirlo con le parole di Lucas, "*Why doesn't capital flow from rich to poor countries?*" (Lucas 1990). Il secondo pone la questione se i paesi riceventi siano in grado di acquisire e sfruttare il capitale umano contenuto nel capitale estero cioè "*...the ability of a nation to adopt and implement new technology from abroad...*"[‡].

Le differenze tra livelli di capitale umano all'interno di paesi diversi potrebbero quindi rappresentare una prima, pur parziale, risposta a come l'investimento estero si indirizza; in particolare questo spiegherebbe la continua marginalizzazione dei paesi in via di sviluppo da parte degli investitori esteri e la richiesta di premi a rischio elevati per questo tipo di investimento. Abbiamo già citato

[†] Benhabib e Spiegel 1994 pag.145

[‡] Benhabib e Spiegel 1994 pag.145

i dati ONU che evidenziano la marginalizzazione dei paesi in via di sviluppo. A questo va aggiunto che i paesi sottosviluppati sono molto più dipendenti dall'investimento estero di quanto non lo siano i paesi industrializzati: il rapporto medio dell'investimento estero sull'investimento domestico, nel periodo 85-87, è stato del 6% per i paesi in via di sviluppo e solo del 3% per quelli industrializzati. Questa situazione si è ulteriormente aggravata con la profonda trasformazione nella composizione dell'investimento estero, passato, negli anni '80, dalle materie prime ai prodotti ad alta intensità di capitale umano: una quota pari allo 84% dello stock di investimento estero nei servizi è andata ai paesi industrializzati. Tra le giustificazioni di questa marginalizzazione, secondo le Nazioni Unite, vi è appunto il basso livello di capitale umano che i paesi in via di sviluppo esibiscono.

Nell'ambito della letteratura empirica, i primi tentativi di verifica del ruolo degli investimenti diretti esteri nel trasferimento tecnologico (spillover) sono stati fatti stimando l'incremento di produttività determinato dalla presenza di investimento diretto estero (Blomstrom 1986, Blomstrom e Persson 1983, Caves 1974). Tutti questi studi hanno evidenziato che i settori con maggiore presenza straniera hanno, con un alto grado di robustezza a cambiamenti di paesi o periodi di osservazione, una più alta produttività o un più alto tasso di crescita della produttività.

Tuttavia la situazione economico sociale interna può essere determinante: Huizinga, 1995 analizza l'incentivo per le multinazionali a trasferire la tecnologia quando c'è rischio di di espropriazione da parte del governo del paese ospite. Al crescere del rischio le multinazionali tendono a trasferire tecnologia di livello inferiore anche qualora il trasferimento sia a costo zero.

Questa situazione di polarizzazione tra aree geografiche a diverso contenuto di capitale umano è tutt'ora rilevante; inoltre, come vari autori sottolineano (Wood, 1998, Singh, 1994), il processo di globalizzazione in atto non potrà che insprire ulteriormente la disuguaglianza tra paesi ricchi e

poveri, particolarmente a causa dei differenziali tra gli "skills" produttivi che queste aree possiedono.

Le considerazioni fin qui svolte delimitano profondamente le ipotesi di base per il modello che svilupperemo; quest'ultimo dovrà innanzitutto chiarire il ruolo del capitale umano nelle determinanti dell'investimento estero. In uno stadio successivo dovrà analizzare gli effetti sul processo di crescita, dei paesi riceventi, di questo afflusso di capitale umano nella duplice condizione di presenza e assenza di effetti di learning, o di clonazione, della tecnologia importata.

Per formalizzare questa linea di indagine, supporremo l'esistenza di due paesi riceventi a diverso grado di capitale umano o se si preferisce, sociale; convenzionalmente chiameremo sviluppato quello con la maggiore dotazione di capitale umano ed in via di sviluppo il secondo. Come ricordato nella premessa al lavoro, il modello di crescita di riferimento e confronto è quello di Ramsey; assumeremo quindi che, in assenza di investimento estero, i due paesi si comportino secondo tale modello. Questo ci permette di legare la parte meramente tecnica al problema economico sollevato.

I paesi riceventi quindi sono caratterizzati dalla presenza di un agente rappresentativo che massimizza il flusso scontato delle utilità future su di un orizzonte infinito; la variabile di controllo è definita dal consumo mentre quella di stato dal risparmio o accumulazione. L'economia produce una singola merce mediante una tradizionale Cobb-Douglas argomento della quale è il capitale domestico pro-capite. Quando consideriamo anche il capitale estero quest'ultimo viene utilizzato come input addizionale nella funzione di produzione; esso non può essere direttamente consumato né rivenduto ed i paesi riceventi non sono tra loro comunicanti. Infine assumeremo che i paesi riceventi possano assorbire qualunque livello di capitale estero che l'investitore riversa in essi; in altri termini l'investitore estero non viene mai razionato dalla domanda. Questo set di ipotesi possono sembrare troppo rigide ma sono funzionali al tipo di esperimento che si intende compiere; l'obiettivo è infatti

quello di verificare come si modifica il sentiero di accumulazione all'introduzione di un input esterno non direttamente controllabile dai paesi riceventi; questo permette di separare l'analisi dell'investitore estero dalla scelta ottimizzante dell'agente rappresentativo nei due paesi, e quindi di affrontare il problema in due passi successivi: nel primo analizzeremo come l'investitore estero alloca il suo investimento tra i due paesi data la struttura economica di quest'ultimi; successivamente analizzeremo come questo input addizionale modifica il percorso di crescita interno. Le domande alle quali vogliamo rispondere sono quindi le seguenti:

- 1) il paese a più alto contenuto di capitale umano sarà quello verso il quale si indirizzerà principalmente l'investimento?
- 2) l'immissione di capitale umano è in grado di generare una crescita endogena o si assiste ad una crescita artificiale tirata solo dall'investimento estero?

A causa della diversa ipotesi sul grado di sviluppo dei paesi riceventi assumeremo che la funzione di produzione del paese in via di sviluppo abbia un disturbo stocastico che caratterizza la non perfetta prevedibilità degli effetti del capitale estero sul prodotto domestico; per i motivi richiamati in precedenza infatti, il basso livello di capitale umano di questi paesi rende meno prevedibili gli effetti del trasferimento tecnologico indotto dal capitale estero. La presenza di questa componente aleatoria rende il paese in via di sviluppo assimilabile ad un "asset" rischioso per l'investitore estero. Per opposte ragioni invece il rendimento dell'investimento estero nel paese industrializzato rappresenta un "asset" privo di rischio. Questo rende possibile caratterizzare la scelta ottimale dell'investitore estero nella stessa maniera di una scelta di portafoglio con due attività, di cui una rischiosa, da parte di un individuo avverso al rischio.

La scelta dell'ammontare di investimento estero da allocare nei due paesi sarà quindi funzione del rischio, analogamente al modello di portafogli, e quindi la quota destinata al paese in via di sviluppo sarà tanto più bassa quanto più alto è il rischio, cioè quanto più basso è il

capitale umano. Gli effetti sul processo di accumulazione interna sono invece differenti a seconda dell'esistenza o meno di effetti di learning connessi al capitale estero (nel prosieguo utilizzeremo indifferentemente i termini learning, esternalità e spillover); in ambedue i casi è possibile ottenere una crescita il cui tasso dipende dai parametri del modello ma solo nel caso con esternalità il processo di accumulazione domestica procede di pari passo con il capitale estero, mentre nel caso opposto è solo quest'ultimo che guida la crescita interna.

Il lavoro è così articolato. Il paragrafo 2 descrive l'economia dei paesi riceventi; nel 3 viene presentato il programma ottimale dell'investitore estero mentre il 4 ed il 5 discutono gli effetti del capitale estero nel processo di crescita dei paesi riceventi nella duplice ottica di presenza ed assenza di effetti spillover. Le conclusioni chiudono il lavoro.

2- L'economia dei paesi riceventi

Supporremo che in assenza di investimento estero i paesi riceventi siano caratterizzati da una tradizionale funzione di produzione a rendimenti decrescenti e quindi siano contraddistinti da crescita nulla in equilibrio dato che, per semplicità analitiche, supporremo popolazione stazionaria, la cui numerosità è normalizzata a uno, e assenza di deprezzamento. Questo vuole anche dire che i paesi riceventi non hanno accesso ad un proprio progresso tecnico; vedremo come questo ruolo sarà rivestito dall'investimento estero. Effettueremo l'analisi da un punto di vista esclusivamente aggregato ed in termini reali; inoltre, come sarà più chiaro nel prosieguo, pur essendoci un bene capitale importato diverso da quello interno, non vi è mercato dei capitali (e quindi possibilità di arbitraggio) perché le decisioni relative all'immissione del capitale estero sono di esclusiva competenza dell'investitore straniero; come detto infatti, i paesi riceventi assorbono tutto il flusso che l'investitore estero decide di riversare in essi in base al suo programma ottimizzante. Con queste assunzioni la formalizzazione

proposta è profondamente diversa da un modello di crescita neoclassico a due settori in economia aperta[§] perché profondamente diverso è lo scopo e l'indagine che effettueremo e che giustifica le ipotesi adottate.

Se indichiamo con k_f lo stock di capitale estero immesso (f sta per *foreign*), le equazioni di contabilità nazionale che definiscono l'investimento aggregato all'interno dei due paesi sono le seguenti:

$$\dot{k}_f + \dot{k}_i = (y_i - r_i k_{fi} - c_i) + (m_i - x_i + r_i k_{fi}) \quad i = 1, 2$$

dove k è il capitale domestico, r il tasso di interesse pagato sul capitale estero, y il prodotto interno lordo, c il consumo interno e l'ultimo termine a destra tra parentesi rappresenta il saldo delle partite correnti della bilancia dei pagamenti. Se assumiamo che detto valore è coperto da un trasferimento di capitale reale (investimento estero), si avrà che:

$$\dot{k}_{fi} = m_i - x_i + r_i k_{fi} \quad i=1,2$$

e sostituendo nella precedente equazione, otteniamo le equazioni che descrivono il risparmio interno dei due paesi

$$\dot{k}_i = y_i - c_i - r_i k_{fi} \quad i=1,2$$

Si tratta ora di definire come il capitale estero entri nella funzione di produzione dei due paesi; abbiamo detto che nei paesi industrializzati il livello di capitale umano è diffuso e quindi ci si aspetta, anche in base alle osservazioni fatte in precedenza, che l'investimento estero abbia un effetto certo e predicibile sull'economia di questo tipo di paese ricevente, garantendo una remunerazione certa all'investitore; il contenuto tecnologico presente nell'investimento estero potrà adeguatamente essere utilizzato ed indirizzato correttamente per concorrere, accanto al capitale interno, ad aumentare il prodotto domestico. La situazione opposta invece la riscontriamo nel paese scarsamente industrializzato; l'assenza di diffuso capitale umano rende l'effetto del trasferimento tecnologico sul prodotto interno meno certo e predicibile e

[§]Un interessante caso di questa letteratura è il modello di Frenkel e Fisher del 1972.

quindi un rendimento meno certo per l'investitore. Per questa ragione assumeremo che la funzione di produzione di questo tipo di paese sia caratterizzata da un disturbo stocastico. Assumeremo inoltre che il capitale estero entri additivamente nella funzione di produzione e questo per tenere distinti i prodotti marginali dei due tipi di capitale, quello interno e quello estero, permettendo così una facile comparazione dei risultati ottenibili in presenza o meno del capitale estero. Infine, come accennato, analizzeremo gli effetti del capitale estero sulla crescita interna nella doppia condizione di assenza o meno di effetti *spillover* dal capitale estero a quello interno.

Con questo tipo di ipotesi le funzioni di produzione dei due paesi sono:

$$y_1 = A_1 k_{f1} + F(k_1) \quad (1)$$

$$y_2 = (A_2 + \lambda \eta) k_{f2} + F(k_2)$$

per il caso di assenza di spillover, o esternalità, e

$$y_1 = A_1 k_{f1} + F(k_{f1}, k_1) \quad (2)$$

$$y_2 = (A_2 + \lambda \eta(t)) k_{f2} + F(k_{f2}, k_2)$$

nel caso con esternalità, dove per F valgono le usuali condizioni di Inada e η rappresenta lo shock tecnologico n.i.i.d. nel paese in via di sviluppo, con $E(\eta)=0$, $Var(\eta)=\sigma^2$.

3- La politica ottima di investimento.

In questo paragrafo analizzeremo il comportamento ottimizzante dell'investitore estero; assumeremo che quest'ultimo sia un agente rappresentativo, cioè che esista una pluralità di investitori esteri che svolgono il medesimo programma ottimizzante; questa ipotesi ci permette di remunerare il capitale estero in base alla condizione di concorrenza cioè in base alla produttività marginale del medesimo. Tuttavia vedremo che l'applicabilità della condizione di mercato dipende da quale ipotesi adotteremo

circa la presenza o meno degli effetti di *learning* della tecnologia insita nel capitale estero; in assenza di esternalità remunerare il capitale estero in base alla sua produttività marginale significa perdere tutti i vantaggi connessi all'investimento estero, a meno che vi sia un qualche vincolo che obbliga l'investitore estero ad "accontentarsi" di una remunerazione minore della produttività marginale del suo investimento. Viceversa in presenza di esternalità è possibile applicare la regola di mercato senza perdere i benefici effetti dell'investimento estero sulla crescita; vedremo in maggior dettaglio queste assunzioni nel prosieguo del lavoro.

Se indichiamo con x la ricchezza dell'investitore, l'investimento che egli fa nei due paesi non è altro che una quota $u \in [0,1]$ della sua ricchezza: $k_{f1} = (1-u)x$ e $k_{f2} = ux$; come detto egli si trova di fronte due "assets" con differente grado di rischio e quindi il suo vincolo di bilancio sarà dato da $\dot{x} = r_1 k_{f1} + r_2(\eta) k_{f2} - c$, dove il termine η ci ricorda il fatto che il rendimento sul paese in via di sviluppo è aleatorio. Dalla condizione di remunerazione in base al prodotto marginale privato del capitale estero otteniamo immediatamente dalla (1) o (2) i due tassi di rendimento: $r_1 = A_1$, $r_2(\eta) = A_2 + \lambda\eta(t)$, r_2 segue quindi un processo gaussiano con media A_2 e varianza λ^2 .

Con queste modifiche il vincolo di bilancio dell'investitore estero è:

$$\dot{x} = A_1 k_{f1} + A_2 k_{f2} - c + \lambda \eta k_{f2}$$

Essendo η un processo gaussiano, si può dimostrare (per esempio Arnold 1974 cap.3) la relazione $dW(t) = \eta dt$ dove $W(t)$ è un processo di Wiener costruito su uno spazio di probabilità $(\Omega, \mathfrak{F}, P)$ e misurabile nello spazio (\mathcal{R}, B) , dove B è la σ -algebra di Borel, \mathfrak{F} una σ -algebra su Ω , e P una misura di probabilità. Sostituendo le espressioni per k_{fi} $i=1,2$ otteniamo la seguente equazione differenziale stocastica (moto browniano geometrico):

$$dx = (A_1(1-u)x + A_2ux - u_2x)dt + \lambda ux dW(t) \quad x(0) = x$$

(3)

dove $c = u_2 x$, $u_2 \in [0, 1]$.

L'incremento della ricchezza dell'investitore estero segue quindi un processo gaussiano con un tasso di variazione locale (drift) pari a $(A_1(1-u)x + A_2 u x - u_2 x)$ ed una varianza locale (coefficiente di diffusione) pari a $(\lambda u x)^2$.

L'investitore sceglie quanto allocare (u) e quanto consumare (u_2) in modo da massimizzare il flusso scontato di utilità su un orizzonte infinito:

$$J(x) = E_x \int_0^\tau e^{-\rho t} U(c(t)) dt \quad x(0) = x$$

soggetta al vincolo di bilancio e alla condizione $x > 0 \forall t \in [0, \infty)$ il che equivale a dire che il processo ha una naturale barriera assorbente a zero; τ è infatti il tempo di prima uscita di x da \mathcal{R}^+ , $\tau = +\infty \Leftrightarrow x > 0 \forall t \in [0, \infty)$.

Ipotizzando una funzione di utilità con avversione al rischio costante c^γ/γ ($\gamma < 1$) il problema può essere risolto tramite la programmazione dinamica stocastica in tempo continuo. A tal fine si definisce una funzione valore $V(x) = \text{Sup}_{u, u_2} [J(x)]$ la quale soddisfa la seguente equazione di Hamilton Jacobi Bellman (equazione differenziale alle derivate parziali di tipo ellittico):

$$\rho V = \text{Max}_{u \in [0, 1]} \left[\frac{(\lambda u x)^2}{2} V_{xx} + A_1(1-u)x V_x + A_2 u x V_x \right] + \text{Max}_{u_2 \in [0, 1]} \left[\frac{(u_2 x)^\gamma}{\gamma} - u_2 x V_x \right]$$

i termini tra parentesi quadre sono i due hamiltoniani rispetto ai controlli u e u_2 e il segno V_x sta per derivata di $V(x)$ rispetto a x .

La struttura lineare dell'equazione di stato e la concavità della funzione integranda abilitano a tentare una soluzione concava in x per la funzione valore $V(x)$: $V(x) = Zx^\gamma$ dove Z è una costante positiva che verrà risolta come coefficiente indeterminato. La soluzione di prova soddisfa l'equazione di Hamilton Jacobi Bellman e fornisce la seguente soluzione per i controlli e la costante indeterminata Z :

$$u^* = \frac{A_2 - A_1}{\lambda^2(1-\gamma)} \quad u_2^* = (\gamma Z)^{\frac{1}{\gamma-1}}$$

$$Z = \frac{1}{\gamma} \left\{ \frac{\gamma}{1-\gamma} \left[\rho - \left(\frac{(A_1 - A_2)^2}{2\lambda^2(1-\gamma)} + A_1 \right) \gamma \right] \right\}^{\gamma-1}$$

Se $\rho > \left[\left(\frac{(A_1 - A_2)^2}{2\lambda^2(1-\gamma)} + A_1 \right) \gamma \right]$ abbiamo $Z > 0$ e quindi

$V(x) > 0$ ed il teorema di verifica per questo tipo di problema è soddisfatto (vedi Fleming e Soner 1993 pag.172) da cui ne concludiamo che la soluzione di prova è effettivamente la funzione incognita $V(x)$ e i controlli sono ottimali.

La soluzione del problema ci fornisce la politica ottima di investimento:

$$u^* = \frac{A_2 - A_1}{\lambda^2(1-\gamma)}$$

Si dimostra quindi che la quota di investimento è direttamente proporzionale allo spread tra i tassi di rendimento medi e inversamente proporzionale al rischio e all'avversione dell'investitore.

L'interpretazione che possiamo dare di questa relazione è interessante per i nostri fini: essa dimostra come l'investitore sia sensibile al "rischio paese" introdotto dal basso livello di capitale umano. Questo spiegherebbe la continua marginalizzazione dei paesi in via di sviluppo dagli investimenti ad alta intensità di capitale umano, come i dati delle Nazioni Unite mostravano e come avevamo assunto nell'introduzione. Il capitale umano sarebbe così in grado di attrarre l'investimento estero in tecnologie; paesi che esibiscono un capitale umano più elevato (λ^2 basso) ricevono un maggior investimento; questo risponde alla prima delle due domande che ci siamo posti nell'introduzione. Resta ora da rispondere alla successiva domanda e cioè quale è l'effetto del capitale estero nei paesi riceventi.

A tal fine occorre prima "quantificare" l'investimento estero.

Sostituendo i valori ricavati per u e u_2 nel vincolo di bilancio otteniamo una equazione differenziale stocastica che dà l'andamento della ricchezza dell'investitore nel tempo:

$$dx = \phi x dt + \phi_2 x dW \Rightarrow \int_0^t \frac{dx}{x} = \phi t + \phi_2 W(t) \quad (4)$$

$$\phi = \left\{ A_1 + \frac{(A_1 - A_2)^2}{\lambda^2(1-\gamma)} - \frac{\gamma}{1-\gamma} \left[\rho - \left(\frac{(A_1 - A_2)^2}{2\lambda^2(1-\gamma)} + A_1 \right) \gamma \right] \right\} > 0$$

$$\phi_2 = \frac{A_2 - A_1}{\lambda(1-\gamma)} > 0$$

Per brevità di notazione useremo d'ora in poi i due parametri ϕ e ϕ_2 ma è fondamentale sottolineare che questi ultimi dipendono a loro volta dai coefficienti tecnologici A_1 , A_2 , che misurano la produttività marginale privata del capitale estero, e dalle preferenze dell'investitore (la sua avversione al rischio e il suo tasso di preferenza intertemporale).

Si tratta ora di risolvere la precedente equazione differenziale stocastica nella sua forma integrale data dalla (4). L'integrale stocastico presente nel membro di sinistra della (4) può essere risolto tramite l'applicazione della formula di Ito alla funzione $y = \log(x)$. Questo fornisce la seguente soluzione:

$$x(t) = e^{\left(\phi - \frac{1}{2}\phi_2^2\right)t + \phi_2 W(t)} \quad E(x(0)) = 1$$

Assumendo $\phi > \phi_2^2 / 2$, il termine esponenziale temporale è positivo, per cui la ricchezza dell'investitore cresce continuamente nel tempo ed è positiva in ogni istante di tempo, così che il vincolo $x > 0$ è automaticamente soddisfatto. La barriera assorbente non viene mai raggiunta; in altri termini il processo non esce mai da \mathfrak{R}^+ e il tempo di prima uscita τ è pari ad infinito.

Come detto, il processo di crescita di x non si esaurisce nel tempo così che esso è stocasticamente instabile; questo è

ben visibile nei primi due momenti centrali della distribuzione di x :

$$E(x_{(t)}) = e^{\phi t}$$

$$Var(x_{(t)}) = e^{2\phi t} (e^{\phi^2 t} - 1)$$

Il flusso di capitale estero che affluisce ai paesi riceventi è quindi continuamente crescente nel tempo con una sempre maggiore erraticità.

Ora che conosciamo l'andamento di x possiamo identificare l'andamento del flusso di capitale estero all'interno dei due paesi. Esso sarà:

$$k_{f1} = (1 - u)x(t) = \left(1 - \frac{A_2 - A_1}{\lambda^2(1 - \gamma)}\right) e^{\left(\phi - \frac{1}{2}\phi^2\right)t + \phi_2 W(t)}$$

$$k_{f2} = ux(t) = \left(\frac{A_2 - A_1}{\lambda^2(1 - \gamma)}\right) e^{\left(\phi - \frac{1}{2}\phi^2\right)t + \phi_2 W(t)}$$

Si tratta ora di verificare come questo flusso agisce sul processo di crescita dei due paesi riceventi, nella duplice condizione di presenza e assenza di effetti di learning; questo duplice punto di vista serve a verificare gli effetti sulla crescita interna dei due paesi sia quando il capitale umano non è in grado di innescare processi di apprendimento siano quando invece questo sia possibile; in altri termini vedremo gli effetti nella duplice condizione di presenza o meno di esternalità, generate dal capitale estero, nella funzione di produzione dei paesi riceventi. Infine va rimarcato che il capitale estero assume un andamento temporale esponenziale analogamente ad una funzione di progresso tecnico; l'inserimento nella funzione di produzione del capitale estero equivale all'inserimento di un progresso tecnico endogeno perché dipendente dalle condizioni di remunerazione dell'investimento estero all'interno dei paesi riceventi, oltre che naturalmente dalle preferenze dell'investitore.

4- Effetti del capitale estero nei paesi riceventi: il caso con esternalità.

In questa sezione analizzeremo gli effetti del capitale estero nel processo di crescita dei due paesi riceventi nell'ipotesi di presenza di esternalità positive (learning), cioè nell'ipotesi che i paesi riceventi siano in grado di sviluppare degli incrementi di produttività interni connessi alla presenza del capitale umano "embodied" nel capitale estero. Quest'ultimo, o più precisamente il suo contenuto in capitale umano, ha quindi un duplice ruolo: da un lato esso viene utilizzato dal paese ricevente come input nella funzione di produzione ma al contempo genera degli effetti esterni che migliorano la produttività del capitale domestico del paese ricevente. Assumeremo allora che il capitale estero entri linearmente nella funzione di produzione grazie all'elevato contenuto di capitale umano presente che elimina la caduta della produttività marginale del medesimo; viceversa, assumeremo invece che il capitale interno esibisca una produttività marginale decrescente, dato che come detto, in assenza di investimento estero l'economia ha un tasso di crescita zero nel lungo periodo (la popolazione è infatti stazionaria). Supporremo infine che il capitale interno benefici del capitale estero come forma di esternalità. Sotto queste ipotesi le funzioni di produzione dei due paesi riceventi sono:

$$y_1 = A_1 k_{f1} + F(k_{f1}, k_1)$$

$$y_2 = (A_2 + \lambda\eta)k_{f2} + F(k_{f2}, k_2)$$

con $F(.,.)$ omogenea di grado uno. Il capitale estero (k_f) all'interno della funzione $F(.,.)$ rappresenta la componente di esternalità mentre lo stesso che compare nel termine lineare è considerato come input; il capitale interno (k_i) esibisce rendimenti decrescenti cosicché le condizioni di Inada sul capitale domestico continuano ad applicarsi. L'ipotesi di additività è giustificata con l'esigenza di non fare interagire i prodotti marginali dei due fattori così da

evidenziare il ruolo che separatamente hanno sul processo di crescita.

Inoltre assumeremo che i paesi riceventi non possano rivendere il capitale estero; inoltre, dato che, come visto, l'immissione di capitale estero è determinata dall'investitore estero, non vi è un mercato dei capitali e quindi possibilità di arbitraggio tra i due beni capitali all'interno dei paesi riceventi.

Sostituendo le funzioni di produzione nelle equazioni di accumulazione (risparmio), otteniamo:

$$\dot{k}_1 = A_1 k_{f1} + F(k_{f1}, k_1) - c_1 - r_1 k_{f1} \quad (4b)$$

$$\dot{k}_2 = (A_2 + \lambda\eta) k_{f2} + F(k_{f2}, k_2) - c_2 - r_2 k_{f2}$$

Data la nostra ipotesi di concorrenza tra gli investitori esteri, la remunerazione del capitale estero è pari alla produttività marginale privata del medesimo cioè $r_1 = A_1$ e $r_2 = A_2 + \lambda\eta$. Così facendo le equazioni di accumulazione si semplificano a:

$$\dot{k}_1 = F(k_{f1}, k_1) - c_1$$

$$\dot{k}_2 = F(k_{f2}, k_2) - c_2$$

cioè a due tradizionali equazioni di accumulazione. Se esprimiamo le variabili in termini di capitale estero, cioè $p_i = k_i/x$ $i=1,2$, $q_i = c_i/x$ e applichiamo il lemma di ITO a p , otteniamo le seguenti equazioni di accumulazione:

$$dp_i = [f(p_i) - q_i - (\phi - \phi_2^2) p_i] dt - \phi_2 p_i dW \quad i = 1,2 \quad (5)$$

dove $f(p)$ indica $F(p,1)$ grazie all'ipotesi di omogeneità della funzione.

Si può osservare come le differenze tra i due paesi siano semplicemente nei valori dei parametri, per cui, da un punto di vista dinamico, possiamo procedere come se in realtà il paese fosse unico; salteremo quindi il riferimento 1,2 nel prosieguo.

Possiamo iniziare l'analisi della dinamica dal caso deterministico cioè quando $\phi_2 = 0$. In questo caso otteniamo un tradizionale modello di crescita neoclassico dove il capitale estero si comporta come il fattore lavoro,

con l'importante differenza che il suo tasso di crescita ϕ non è esogeno, come nel caso della popolazione, ma dipendente direttamente dai parametri A_1 , A_2 e dalle preferenze dell'investitore e quindi endogeno, secondo la definizione che si dà a questo termine. Infatti potendo assumere la condizione di mercato per la remunerazione del capitale estero, il problema dell'investitore fornisce una quota ottimale di investimento u direttamente dipendente da questi parametri tecnologici; ne risulta che i due parametri ϕ e ϕ_2 che guidano la dinamica del capitale estero sono endogeni per definizione.

La massimizzazione dell'utilità sotto il vincolo di accumulazione dato dalla $dp = [f(p) - q_i - \phi p_i]dt$ sappiamo già che fornisce una soluzione di steady state dove tutte le variabili assolute crescono al medesimo tasso, cioè a quello del capitale estero (la popolazione nel caso tradizionale). Avremo cioè che le variabili assolute (cioè non espresse in termini di capitale estero), hanno il seguente tasso di crescita:

$$\frac{\dot{k}}{k} = \frac{\dot{c}}{c} = \frac{\dot{x}}{x} = \phi(A_1, A_2, \rho, \gamma, \lambda), \quad \phi_1, \phi_2 > 0, \quad \phi_3, \phi_4, \phi_5 < 0$$

otteniamo così un modello di crescita endogena bilanciata dove il tasso di crescita dipende dai parametri strutturali delle economie in gioco; tutti e tre gli agenti crescono al medesimo tasso per cui le divergenze iniziali non si colmano nel tempo, come appunto accade nei tradizionali modelli di crescita endogena con tecnologia lineare.

Rimane da inserire la componente stocastica cioè il caso in cui $\phi_2 > 0$. Dalla (5) osserviamo che il coefficiente di diffusione $\phi_2 p$ non dipende dal controllo q ma solo dallo stato p ; in questo caso la funzione hamiltoniana nel caso stocastico è la stessa del caso deterministico e se effettuiamo una analisi locale intorno allo steady state deterministico (p^*, q^*) , che sappiamo esistere, allora il

problema stocastico può essere considerato come una perturbazione locale del caso deterministico**.

In questo caso, e sotto l'ipotesi di concavità di $U(q)$ e $f(p)$, possiamo approssimare il problema di controllo stocastico non lineare con un problema di regolatore lineare quadratico††, applicando il teorema di Taylor al punto di steady state deterministico (p^*, q^*) e, con un cambio di metrica, esprimere lo stato ed il controllo come distanza da questo equilibrio, vale a dire $\chi = p - p^*$, $\theta = q - q^*$. In queste condizioni l'equazione di accumulazione (5) si può scrivere come (processo di Ornstein-Uhlenbeck):

$$d\chi = [(f'(p^*) - \phi)\chi - \theta]dt - \phi_2 p^* dW \quad (6)$$

dove abbiamo trascurato il termine $\phi_2 \chi$ essendo il prodotto tra due termini di modesta entità. Per quanto riguarda la funzione obiettivo, è intuitivo osservare che essa sarà composta da una funzione che minimizza la norma euclidea della distanza dal punto di riferimento (p^*, q^*) , analogamente a quanto avviene nello studio di stabilità dei sistemi dinamici; avremo allora che il nuovo funzionale obiettivo sarà una approssimazione quadratica del funzionale deterministico valutato lungo la traiettoria ottimale‡‡. Se con $L(\chi, \theta)$ indichiamo il nuovo funzionale da minimizzare, avremo infine:

$$L(\chi, \theta) = \frac{1}{2} [\chi \quad \theta] \begin{bmatrix} H_{pp} & H_{pq} \\ H_{qp} & H_{qq} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \chi \\ \theta \end{bmatrix}$$

dove $H = U(q) + \mu[f(p) - q - \phi p]$ è la funzione hamiltoniana in valore corrente per il problema deterministico calcolata nello steady state deterministico (μ è la variabile adiacente, $\mu^* = U'(q^*)$). Calcolando le

** Su questo tipo di problemi si veda Fleming - Rishel 1975 cap.VI, paragrafo 9, pagg. 181,187 ed in particolare il teorema 9.3, pagina 185.

†† Su questa approssimazione lineare si veda Anderson e Moore, 1989, pagg. 58,59. Un altro caso interessante è il lavoro di Magill, 1977.

‡‡ Si veda ancora Anderson e Moore, o Magill.

derivate seconde della funzione hamiltoniana arriviamo infine al nuovo funzionale obiettivo da minimizzare:

$$L(\chi, \theta) = -\frac{1}{2} \left[f''(p^*) \chi^2 + \frac{U''(q^*)}{U'(q^*)} \theta^2 \right]$$

In questo modo abbiamo ridotto l'originale problema di controllo stocastico, non risolvibile in forma chiusa, ad un più semplice problema di regolazione lineare stocastica, dove si tratta di minimizzare $J(\chi) = E \int_0^\infty e^{-\alpha t} L(\chi, \delta) dt$ sotto il vincolo dinamico della 6). Come detto, questa approssimazione vale solo nell'intorno del punto (p^*, q^*) .

Il problema linearizzato può essere risolto mediante la programmazione dinamica stocastica, come abbiamo fatto nel precedente punto. La funzione valore $V(\chi) = \inf_{\theta} J(\chi)$ può essere trovata risolvendo la seguente equazione di Hamilton-Jacobi-Bellman (HJB):

$$\delta V = \min_{\theta} [L(\chi, \theta) - \theta V_{\chi}] + \chi F V_{\chi} + \frac{\phi_2 p^*}{2} V_{\chi\chi}$$

dove $F = f'(p^*) - \phi = \delta$ è la derivata prima dello hamiltoniano in valore corrente rispetto alla variabile di stato. Nel prosieguo indicheremo $f''(p^*) = M < 0$ e $U''(q^*)/U'(q^*) = N < 0$. Dalla massimizzazione della funzione hamiltoniana troviamo il controllo ottimo $\theta^* = -V_{\chi} / N > 0$. Si tratta ora di trovare la soluzione per la funzione valore ed a tal fine utilizziamo la soluzione di prova $V(\chi) = z\chi^2 + g$, con $z > 0$ e g costante. Sostituendo la soluzione di prova nella HJB, otteniamo i seguenti valori per g e z :

$$g = \frac{1}{\delta} \left[\frac{\phi_2 p^*}{2} z \right] \quad z = \frac{-\delta N + \sqrt{N(\delta^2 N + 4M)}}{4} > 0$$

Mediante la soluzione di prova e le espressioni per z e g arriviamo finalmente a determinare il controllo feed-back ottimale

$$\theta^* = \frac{\delta + \sqrt{\delta^2 + 4M/N}}{2} \chi$$

e sostituendo nell'equazione di stato (6) otteniamo infine la legge di evoluzione nell'intorno dello steady state:

$$d\chi = \left[\frac{\delta - \sqrt{\delta^2 + 4M/N}}{2} \right] \chi dt + \phi_2 p^* dW$$

Come è diretto verificare, il termine di drift dell'equazione di stato, cioè il termine tra parentesi quadre, è negativo così che lo stato segue un processo stocastico di tipo Ornstein-Uhlenbeck, la cui caratteristica è di convergere, asintoticamente, ad un processo gaussiano stazionario con media zero e varianza finita:

$$\lim_{t \uparrow \infty} E(\chi) = 0 \quad \lim_{t \uparrow \infty} Var(\chi) = \frac{\phi_2 p^*}{\sqrt{\delta^2 + 4M/N} - \delta}$$

Quello che otteniamo è la dimostrazione che lo stato $p(t)$ del sistema stocastico possiede una distribuzione gaussiana centrata sul valor medio p^* , cioè lo stesso del problema deterministico; il sistema oscilla intorno a questo punto con una varianza costante dipendente dalle preferenze dell'agente rappresentativo (curvatura della funzione di utilità, tasso di preferenza intertemporale), dalla curvatura della funzione di produzione e dal parametro ϕ_2 che sappiamo dipendere dai coefficienti A_1 e A_2 , oltrechè dalle preferenze dell'investitore estero.

Il consumo per unità di capitale estero segue la stessa dinamica; esso oscillerà intorno al valore di steady state deterministico c^* con una variabilità costante nel tempo.

Questo significa che le variabili in livello cresceranno, stocasticamente, allo stesso tasso del capitale estero; in sostanza quindi quello che otteniamo è un processo di crescita delle variabili c e k guidato dal processo aleatorio x . Infine va rimarcato che, per effetto dell'investitore estero, anche il paese sviluppato esibisce una crescita con fluttuazioni, anche se esso non presenta alcuna forma di incertezza al suo interno; l'investitore estero trasferisce, attraverso il suo ruolo di collegamento, una parte del rischio del paese in via di sviluppo a quello industrializzato.

Cosa possiamo dire circa l'evoluzione del prodotto in unità di capitale estero? Dalle funzioni di produzione abbiamo che:

$$\frac{y_1}{x} = A_1(1-u) + F\left(\frac{k_1}{x}, 1\right)$$

$$\frac{y_2}{x} = (A_2 + \lambda\eta)u + F\left(\frac{k_2}{x}, 1\right)$$

come si osserva, il capitale interno non viene dominato da quello estero ma concorre insieme ad esso al prodotto interno. Questa conclusione scaturisce dal fatto che pur essendo il capitale interno meno produttivo di quello estero per le ipotesi adottate sui rendimenti, la presenza dell'effetto di learning assicura che la produttività marginale dello stesso cresca grazie alla crescita della componente di esternalità, che si comporta, come già osservato, da progresso tecnico endogeno; infatti possiamo riscrivere l'equazione di accumulazione, in valor medio, come $\dot{k} = F(e^{\theta t}, k) - c$ per entrambi i paesi. Questa considerazione ci fa anche anticipare che, in assenza di esternalità, il programma ottimizzante dell'agente rappresentativo potrebbe portare alla sostituzione del capitale interno con quello estero. Vedremo nel prossimo paragrafo che questa intuizione è analiticamente convalidata.

5- Il caso senza esternalità

L'analisi che abbiamo svolto al precedente paragrafo deve ora essere replicata nell'ipotesi di assenza di effetti di esternalità dal capitale estero a quello interno, cioè supporre che, il contenuto in capitale umano presente nell'investimento estero non sia in grado di generare effetti di esternalità all'interno dei paesi riceventi. L'analisi risulterà più complessa del caso precedente perché il problema di controllo non permette una analisi in termini espliciti. Sostituendo le (1) nella (4) otteniamo le due equazioni di accumulazione nel caso di assenza di spillover:

$$\begin{aligned}
\dot{k}_1 &= f(k_1) - c_1 + (A_1 - r_1)(1 - u)x(t, \omega) \\
\dot{k}_2 &= f(k_2) - c_2 + (A_2 + \lambda\eta - r_2)ux(t, \omega) \\
x(t, \omega) &= e^{\left(\phi_1 - \frac{1}{2}\phi_2^2\right)t + \phi_2 W(t)}
\end{aligned} \tag{7}$$

Come si noterà, se remunerassimo il capitale estero in base alla sua produttività marginale otterremo $r_1 = A_1$ e $E(r_2) = A_2$ con l'effetto di eliminare il capitale estero dall'economia dei paesi riceventi; l'assenza di esternalità fa sì che l'incremento di prodotto generato dal capitale estero venga esattamente compensato dalla remunerazione, in termini di prodotto, del medesimo. In una situazione di questo tipo possiamo solo ipotizzare che il tasso di remunerazione sia in qualche modo vincolato ad essere minore della produttività marginale; ad esempio si può supporre che esso venga negoziato tra l'agente rappresentativo del paese ricevente e l'investitore estero^{§§} in modo da avere $A_1 > r_1$ e $E(r_2) < A_2$. In questo modo avremo quindi $(A_1 - r_1) > 0$, $(A_2 + \lambda\eta - r_2) > 0$, dove

$r_2 = \bar{r}_2 + \sigma\eta$, con $A_2 > \bar{r}_2$, $(\lambda - \sigma) > 0$. Queste modifiche comportano una variazione nella decisione ottimale dell'investitore estero che abbiamo ricavato al paragrafo 3; utilizzando le attuali condizioni sui tassi di remunerazione avremo ora che la quota ottimale di investimento è:

$$u = \frac{r_2 - r_1}{\sigma^2(1 - \gamma)}$$

L'effetto finale è quello di lasciare un *forcing term* nelle equazioni (7) indotto dal capitale estero, o meglio dalla parte di capitale estero che non fluisce all'esterno per effetto del tipo di remunerazione ipotizzato; è chiaro che l'effetto di tale termine è di sostenere artificialmente il processo di accumulazione interno, perché, come vedremo, non facciamo altro che inserire un termine temporale esponenziale nell'equazione di accumulazione

§§ Questo tipo di ipotesi è spesso utilizzato sugli studi tra crescita e investimento estero; si veda ad esempio Vaitsos 1974

che finisce con l'essere l'unico motore di crescita nel lungo periodo. Quello che infatti è interessante osservare è che dimostreremo che il capitale interno perde completamente qualunque ruolo di sostegno alla crescita domestica, che come detto, sarà artificialmente sostenuta dal flusso di capitale estero che rimane all'interno dei paesi riceventi. In altri termini otteniamo un processo di crescita "drogato" dall'investimento estero e non sostenuto dall'economia domestica; nel momento in cui questo afflusso dovesse venir meno, i paesi beneficiari ricadrebbero nell'equilibrio con assenza di crescita tipico del modello neoclassico. Lo sviluppo formale che segue serve esclusivamente a dimostrare questo risultato.

Iniziamo dal caso deterministico, cioè considerando solo il valor medio di $x(t)$, $E(x(t)) = e^{\phi t}$ ed una propensione al risparmio, s , data esogenamente, come nel modello di Solow. Questo lascia una equazione di accumulazione per il paese industrializzato (lo stesso vale, mutatis mutandis, per quello in via di sviluppo) data da:

$$\dot{k} = sf(k) - \mu k + (sA - r)(1 - u)e^{\phi t}$$

dove abbiamo introdotto il deprezzamento μ per completezza di confronto con il modello di Solow. E' immediato notare che, a seconda delle relazioni $sA \begin{matrix} > \\ < \end{matrix} r$ avremo, rispettivamente: uno stabile processo di crescita perpetua, $k \uparrow \infty$, una convergenza asintotica allo steady state, $k \rightarrow k^*$, una decumulazione continua $k \downarrow -\infty$. Se escludiamo quest'ultimo caso come non rilevante economicamente, abbiamo che il modello genera comunque crescita perpetua a meno di una particolare coincidenza dei parametri, $sA=r$, secondo la quale torniamo al tradizionale modello di Solow. Va puntualizzato comunque che il termine che assicura la crescita perpetua è quello temporale legato al capitale estero e non a quello interno; ne risulta una accumulazione artificialmente sostenuta da un agente esterno all'economia, benché potremmo comunque definire endogena tale accumulazione, dato che il termine ϕ è determinato dal modello stesso.

L'introduzione di un comportamento ottimizzante modifica il risultato ottenuto; come sappiamo, in assenza del termine esponenziale, il modello di crescita con agente ottimizzante conserva comunque la proprietà di convergenza allo steady-state insita nel modello di Solow, benché la natura dinamica di tale convergenza muta radicalmente, da nodo stabile, in Solow, a percorso di sella, nella versione ottimizzante. Nel nostro caso invece il passaggio ad una economia ottimizzante non si limita a cambiare la dinamica di avvicinamento allo steady state ma modifica profondamente la scelta tra consumo ed investimento alla base della scelta ottimizzante stessa. Infatti il programma massimizzante dell'agente rappresentativo potrebbe portare quest'ultimo a consumare tutto il capitale domestico dato che il consumo futuro, cioè l'accumulazione corrente, è comunque assicurato dalla presenza del termine relativo al capitale estero; in altri termini non è più necessario risparmiare oggi per consumare domani, come accade nel modello tradizionale. Essendo il consumo l'argomento della funzione di utilità dell'agente rappresentativo, egli sarà indotto ad utilizzare tutto il prodotto generato dal capitale interno per incrementare il suo livello di consumo; dalla (7) infatti vediamo che anche quando $f(k)=c$ si ha comunque accumulazione interna positiva artificialmente sostenuta dal termine $x(t)$.

Il problema quindi ruota intorno alla questione di come il termine forzante influenzerà le scelte di consumo del nostro agente; egli ora può contare su una continua crescita del prodotto dovuta al capitale estero, che si comporta come un progresso tecnico, che però non incide sulla produttività del capitale interno, come invece avveniva nel caso con esternalità. Questa differente situazione potrebbe rendere non ottimale la scelta di risparmiare per accumulare, dato che comunque l'individuo usufruirà di un apporto di risorse che non lo obbligano a risparmiare per poter aumentare il suo consumo, cioè l'oggetto del suo programma ottimizzante. Il problema quindi si sposta al tipo di funzione utilità che l'individuo possiede, cioè al modo in cui egli pesa un

sacrificio in termini di mancato consumo presente per il beneficio di un maggiore consumo futuro dovuto ad una maggiore accumulazione di capitale interno. In generale è quindi possibile che particolari funzioni di utilità, quali ad esempio quelle con *Bliss point*, rendano comunque ottimale risparmiare capitale interno. Tuttavia anche in questo caso non cambia il risultato finale circa il fatto che il capitale domestico riveste un ruolo marginale nel processo di crescita che invece è sostenuto dal termine relativo al capitale estero, effetto indotto dal fatto che la produttività marginale del capitale interno è decrescente e non viene più sostenuta dalla componente estera come succedeva nel caso con esternalità. Per chiarire questo punto esprimiamo il prodotto interno y in termini di capitale estero:

$$\frac{y_1}{x} = A_1(1-u) + \frac{f(k_1)}{x} \quad \frac{y_2}{x} = (A_2 + \lambda\eta)u + \frac{f(k_2)}{x} \quad (8)$$

Il risultato che vogliamo dimostrare viene dal seguente lemma:

Lemma 1. Per ogni funzione continua $f(k)$ che soddisfa la condizione $\lim_{k \rightarrow \infty} f'(k) = f''(k) = f'(k)/f(k) = 0$, il rapporto $f(k)/x$ tende a zero per k tendente ad infinito.

La dimostrazione del lemma è in appendice. Applicando il lemma alle (8) avremo che, per il paese industrializzato, asintoticamente vale la seguente relazione:

$$\frac{y_1}{x} = A(1-u) \Rightarrow \frac{dy_1}{y_1} = \frac{dx}{x} = \phi dt + \phi_2 dW(t)$$

e cioè che il tasso di crescita del prodotto interno coincide con quello dell'investitore estero; in questo caso quindi la crescita economica è direttamente guidata dal capitale estero attraverso i parametri endogeni ϕ e ϕ_2 , che rappresentano rispettivamente il trend e la variabilità del tasso di crescita.

La situazione per il paese in via di sviluppo è ulteriormente complicata dalla presenza della componente casuale η . Questo ci obbliga ad usare il lemma di Ito al rapporto $z=y_2/x$ per ricavare il tasso di crescita,

analogamente a quanto fatto nel caso precedente, ma per far questo dobbiamo specificare meglio la legge evolutiva dello shock η che abbiamo detto essere un rumore di tipo white noise. Tali processi hanno un operatore di evoluzione temporale dato dal seguente processo aleatorio (detto di Ornstein-Uhlenbeck)^{***}

$$d\eta = -\rho\eta dt + \sqrt{2\rho}dW$$

$$E(\eta(t)) = \eta_0 e^{-\rho t}$$

$$Var(\eta(t)) = 1 - e^{-2\rho t}$$

da cui si vede che asintoticamente $\eta(t)$ converge ad un processo gaussiano standard con media zero e varianza unitaria. Possiamo ora applicare il lemma di ITO al processo di diffusione z per ottenere:

$$dz = \lambda u d\eta = -\lambda u \rho \eta(t) dt + \lambda u \sqrt{2\rho} dW(t)$$

dove è ben visibile che z segue un'equazione differenziale stocastica con drift stocastico; inoltre abbiamo che, asintoticamente, $E(dz) = 0$, il che implica $E(dy_2 / y_2) = E(dx / x)$, come nel caso del paese industrializzato, ma $Var(dz) \neq 0$. In altri termini il paese meno industrializzato cresce in media alla stessa velocità dell'investitore estero ma con una erraticità maggiore. La presenza di incertezza legata al minore livello di capitale umano rende la crescita di questo paese più erratica rispetto a quello industrializzato, anche se in media i due tassi di crescita si equivalgono, impedendo quindi processi di catching-up tra i due paesi.

6- Conclusioni

Se confrontiamo i risultati che il modello fornisce nelle due diverse ipotesi circa la presenza o meno degli effetti di learning, otteniamo che in entrambi i casi una crescita sostenuta è possibile ad un tasso dato dall'incremento del capitale estero, il quale si comporta come una forma di progresso tecnico endogeno. La differenza sostanziale tra i due risultati risiede comunque non nell'aspetto "quantitativo" del processo di crescita ma nell'aspetto

^{***} Si veda ad esempio Arnold, pagine 185-190.

"qualitativo". Abbiamo già più volte segnalato il fatto che in assenza di esternalità il processo di crescita è illusoriamente sostenuto dal flusso continuo di capitale estero mentre nel caso con esternalità questa subordinazione viene a cadere e il processo di crescita domestico procede di pari grado con il flusso di capitale estero, senza che questo predomini all'interno dell'economia, consentendo un processo di crescita nel senso vero del termine. Possiamo quindi concludere che la presenza di capitale umano all'interno di una economia non è di per sé condizione necessaria e sufficiente per garantire uno sviluppo equilibrato del paese, pur se è strategica nell'attrarre il capitale estero, conformemente ai risultati empirici di Benhabib e Spiegel. Per ottenere una crescita endogena occorre che il capitale umano, o sociale, sia in grado di amplificare e replicare (*learning*) il capitale umano presente nell'investimento estero, in questo specifico caso, e nell'economia in generale; per far questo occorre che vengano potenziate le infrastrutture necessarie allo sviluppo del capitale umano congiuntamente ad azioni di policy tese allo sviluppo di massa dell'istruzione, della ricerca scientifica e della qualificazione professionale, particolarmente in aree geografiche depresse. Se queste politiche non vengono compiute, non solo i paesi meno industrializzati continueranno ad essere marginalizzati dagli investitori esteri ma anche qualora quest'ultimi decidessero di investire, il processo di sviluppo che ne deriverebbe risulterebbe artificialmente gonfiato dalla presenza degli investitori.

Dal citato rapporto delle Nazioni Unite si legge:

"larger inflows of foreign investment are not likely to occur until domestic economic environment stabilises and the regulatory framework has become stable and predictable".

Sotto questo punto di vista è opportuno che gli organismi internazionali preposti agli aiuti ai paesi in via di sviluppo promuovano, come già fanno da qualche tempo, lo sviluppo tecnologico come punto cardine per una crescita economica, sviluppo tecnologico non inteso come semplice installazione e utilizzo di prodotti avanzati ma

come politica di addestramento e qualificazione professionale, di istruzione e di ricerca, e di sviluppo del capitale umano attraverso le infrastrutture socio economiche atte a tale processo.

Questo non solo permette l'acquisizione di nuove tecnologie in modo permanente ma rende più remunerativo l'investimento estero, in particolare quello di tipo hi-tech; il medesimo risultato è ottenuto, anche se con una impostazione completamente diversa, da Wang e Blomstrom (1992):

"Opening to direct foreign investment and improving the investment environment for foreign firms will have beneficial implications for technology transfer. Our analysis also confirms the need for incentives to learning investment in host countries".

Al di là comunque della stretta interpretazione dei risultati conseguiti, quello che preme rimarcare è che una teoria della crescita basata sul "fattore" capitale umano, non può prescindere da aspetti che vanno al di là dell'aspetto meramente tecnologico. Il capitale umano non è un fattore fisico ma un concetto piuttosto ampio che comprende aspetti diversi quali: istruzione, apprendimento, infrastrutture, qualità soggettive degli individui e ulteriori aspetti più spiccatamente sociologici quali: l'ambiente, l'interazione culturale e le disuguaglianze distributive. La ricerca dell'ultimo decennio ha investigato molti di questi punti teorici e molti risultati che sembravano acquisiti nell'analisi del capitale umano sono stati rimessi in discussione; questo fa sperare per nuove idee e nuove ricerche proprio in un momento dove l'interesse per queste tematiche sembra affievolirsi nella convinzione che i passi compiuti non lasciano ormai grossi spazi per nuove ricerche sull'argomento. Questa sarebbe una conclusione sbagliata; la complessità del fenomeno in questione è tale da richiedere ancora notevoli sforzi di conoscenza e di studio. Anche su questo la continua raffinazione e approfondimento delle tecniche analitiche può contribuire a rendere più reali i modelli teorici di riferimento, pur nella consapevolezza che un modello è sempre una pallida rappresentazione della complessità del mondo reale.

Appendice

In questa appendice verrà dimostrato il lemma 1, iniziando con il paese industrializzato ed indicando $z=f(k_1)/x$. Derivando allora z per mezzo del lemma di ITO otteniamo:

$$dz = \frac{f'(k)}{x} dk - \frac{f(k)}{x^2} dx + \frac{1}{2} \left[\frac{f''(k)}{x} (dk)^2 - 2 \frac{f'(k)}{x^2} dk dx + \frac{2f(k)}{x^3} (dx)^2 \right]$$

Ora, ricordando che per il paese industrializzato il processo di accumulazione dk è

$$dk = [f(k) - c + (A - r)(1 - u)x(t, \omega)] dt$$

e che nell'applicazione della formula di Ito valgono le seguenti regole $(dt)^2 = dk dx = 0$ sugli infinitesimi avremo che:

$$dz = \frac{f'(k)}{x} dk - \frac{f(k)}{x^2} dx + \frac{f(k)}{x^3} (dx)^2$$

sostituendo il processo dx e semplificando avremo:

$$\frac{dz}{z} = -(\phi - \phi_2^2) dt - \phi_2 dW + f'(k) \approx -\frac{dx}{x} + \frac{f'(k)}{f(k)} dk$$

così che per k tendente ad infinito, avremo $dz/z = -\phi dt - \phi_2 dW$ e quindi infine il risultato del lemma:

$$\lim_{t \uparrow \infty} z(t) = z(0) \exp \left(- \left(\phi + \frac{\phi_2^2}{2} \right) t - \frac{\phi_2}{2} W(t) \right) = 0 \quad q.o.$$

Il caso del paese meno industrializzato è più complesso a causa della presenza del coefficiente di diffusione nel processo di accumulazione dk ; comunque la dimostrazione segue esattamente gli stessi passaggi. L'equazione di accumulazione per k è in questo caso:

$$dk = [f(k) - c + (A - \bar{r})ux(t, \omega)] dt + (\lambda - \sigma)ux(t, \omega) dW$$

la complicazione viene dal fatto che, rispetto al caso precedente, in questo caso dk ha anche il termine di diffusione in dW per cui ora i termini $(dk)^2$ e $dk dx$ saranno diversi da zero, dato che $(dW)^2 = dt$. Avremo cioè $(dk)^2 = ((\lambda - \sigma)ux)^2 dt$ e $dk dx = \phi_2 (\lambda - \sigma) x^2 dt$.

Con queste modifiche, sostituiamo nell'equazione per dz e, raccogliendo, otteniamo:

$$\frac{dz}{z} \approx -\frac{dx}{x} + \frac{f'(k)}{k} dk - \left(\phi_2(\lambda - \sigma)f'(k) - \frac{1}{2} f''(k)(\lambda - \sigma)u^2 x \right) dt$$

Sotto le condizioni tecniche su $f(k)$ richieste dal lemma 1 anche in questo caso, per t che tende ad infinito, dz/z tende a zero.

C.V.D.

Bibliografia

- Abel, A.B., 1983, Optimal Investment under Uncertainty, *American Economic Review*, 73, 228-233.
- Anderson B. Moore J., 1989, Optimal Control, *Prentice-Hall International*
- Arnold L., 1974, Stochastic Differential Equations, *John Wiley and Sons*
- Benhabib J., Spiegel M.M., 1994, The Role of Human Capital in Economic Development. Evidence from Aggregate Cross-Country Data, *Journal of Monetary Economics*, 34, 143-173
- Blomstrom M., 1986, Foreign Direct Investment and Productive Efficiency: The Case of Mexico, *Journal of Industrial Economics* 27: 127-38.
- Blomstrom M. e Persson H., 1983, Foreign Investment and Spillover Efficiency in an Underdeveloped Economy: Evidence from the Mexican Manufacturing Industry., *World Development* 11(6): 493-501.
- Caves R., 1974, Multinational Firms, Competition and Productivity in Host Country Industries., *Economica* 41 (May): 176-93.
- Fisher S., Frenkel J.A., 1972, Investment, the two-sector model and Trade in Debt and Capital Goods, *Journal of International Economics* 2, 211-233
- Fleming W., 1971, Stochastic control for Small Noise Intensities, *SIAM J. Control* 9, 453-517
- Fleming W., Rishel R., 1975, Deterministic and Stochastic Optimal Control, *Springer Verlag*
- Fleming W., Soner H., 1993, Controlled Markov Processes and Viscosity Solutions, *Springer*
- Gihman I., Skorohod A., 1972, Stochastic differential equation, *Springer Verlag*
- Gramlich E. M., 1994, Infrastructure Investment: A Review, *Essay Journal of Economic Literature* Vol. XXXII, 1176-1196

- Huizinga H., 1995, Taxation and the Transfer of Technology by Multinational Firms, *Canadian Journal of Economics* 28: 648-55
- Lucas R., 1988, On the Mechanics of Economic Development, *Journal of Monetary Economics*, 22, 3-42
- Lucas R., 1990, Why doesn't Capital Flow from Rich to Poor Countries?, *American Economic Review*, 80, 92-96
- Magill M.P., 1977, Some new result on the local Stability of the Process of Capital Accumulation, *Journal of Economic Theory*, 15, 174-210
- Merton R., 1969, Lifetime Portfolio Selection Under Uncertainty: The Continuous Time Case, *Review of Economics and Statistics*, 51, 247-257
- Merton R., 1975, An Asymptotic Theory of Growth Under Uncertainty, *Review of Economic Studies*, 42, 375-393
- Pindyck, R.S., 1982, Adjustment Costs, Uncertainty, and the Behavior of Firms, *American Economic Review*, 72, 415-427.
- Pontryagin, L.S., Boltyanskii, V.G., Gamkrelidze, R.V., Mischenko, E.F., 1962, The Mathematical Theory of Optimal Processes, *Interscience, New York*.
- Ramsey F.P., 1928, A Mathematical Theory of Saving, *Economic Journal*, 38, 543-559
- Romer P., 1986, Increasing Returns and Long Run Growth, *Journal of Political Economy*, 94, 1002-1037
- Singh, A., 1994, Global Economic Changes, Skills and International Competitiveness, *International Labour Review*, 133, 167-183.
- Stokey, N., Lucas, R.E., Prescott, E.C., 1989, Recursive Methods in Economic Dynamics, *Cambridge, Harvard University Press*.
- United Nations - Unctad, 1991, World Investment Report. The Triad in Foreign Direct Investment

United Nations - Unctad, World Investment Report, 2003, 2004, 2005.

Vaitsos C.V., 1974, Income Distribution and Welfare: Considerations in Economic Analysis and the Multinational Enterprise, *J. Dunning Ed.*

Wang J., Blomstrom M., 1992, Foreign Investment and Technology Transfer, *European Economic Review* 36, 137-153

Wood, A., 1998, Globalisation and the Rise in Labour Market Inequalities, *The Economic Journal*, 108, 1463-1482.